

# Studio sulla massima capacità di trasporto del sistema idroviario del Nord Italia

Giovanni Righini  
Università degli Studi di Milano  
Polo Didattico e di Ricerca di Crema  
Via Bramante 65, 26013 Crema, Italy

14 ottobre 2011

## **Sommario**

In previsione di una valorizzazione delle idrovie del Nord Italia nel trasporto merci, è utile avere un modello del sistema logistico che consenta di studiarne la capacità, la velocità e i costi, sia nello scenario attuale che in possibili scenari futuri. Tale modello consente anche di valutare quantitativamente l'impatto sul sistema di possibili interventi infrastrutturali. In questo studio si presenta un modello di rete di flusso con il quale è possibile calcolare i flussi ottimi in termini di capacità, velocità e costi ed è altresì possibile eseguire analisi di sensitività su parametri del sistema e simulare scenari possibili.

Lo studio include anche un elenco di possibili direzioni di approfondimento e sviluppo.

# 1 Introduzione

Il sistema idroviario oggetto di studio è costituito da aste idroviarie e porti. Le prime si distinguono in naturali (fiumi Po e Mincio) e artificiali (canali navigabili). I secondi comprendono sia porti marittimi sul mare Adriatico sia porti fluviali nell'entroterra.

L'obiettivo di questo studio è molteplice:

- descrivere formalmente in termini matematici il problema di determinare la massima capacità di trasporto merci che sarebbe ottenibile idealmente lungo un sistema idroviario come quello in esame (sez. 2);
- formulare e risolvere il problema suddetto nel caso particolare del sistema idroviario del Nord Italia (sez. 3);
- determinare la robustezza della soluzione ottenuta al variare di alcuni parametri del sistema e quantificare il possibile impatto di eventuali opere infrastrutturali (sez. 4).

I dati utilizzati in questo studio sono quelli cortesemente forniti da ALOT, ove disponibili. Uno dei principali obiettivi dello studio è proprio quello di stabilire quanto sia critica la conoscenza esatta dei dati ed eventualmente quali approssimazioni siano accettabili o meno. Ciò è di particolare interesse dal momento che non sempre i dati sono noti con certezza e tempestività (alcuni sono intrinsecamente aleatori) ed inoltre sono soggetti a cambiamenti nel tempo.

Lo studio è impostato secondo l'approccio tipico della Ricerca Operativa e in particolare della Programmazione Matematica, ossia tramite la definizione di dati, variabili, vincoli e obiettivi. Ne risulta un modello di rete di flusso, sul quale è possibile ottimizzare funzioni obiettivo diverse (massimizzazione del flusso, minimizzazione dei costi, etc.).

Inoltre verranno elencate possibili ulteriori applicazioni di metodi di Ricerca Operativa all'organizzazione, regolamentazione e gestione del sistema di trasporto idroviario (sez. 5).

## 2 Il problema di determinazione della massima capacità

Per determinare la massima capacità teorica di un sistema idroviario come quello in esame, lo si può rappresentare come rete di flusso, determinando le capacità di ogni arco in funzione delle sue specifiche caratteristiche. Quindi si studia il flusso sulla rete, imponendo le necessarie equazioni di bilanciamento e definendo le opportune funzioni obiettivo.

Il flusso di merce lungo gli archi della rete è limitato dai seguenti fattori:

- capacità limitata dei natanti;
- velocità limitata dei natanti;
- distanza di sicurezza tra un natante ed il successivo;
- presenza di conche per superare dislivelli (solo lungo idrovie artificiali);
- presenza di strettoie che impongono il senso alternato (solo lungo idrovie naturali in particolari periodi).

**Capacità dei natanti.** Si considerano natanti di diverse classi (in particolare le classi IV, V e VI) con diverse capacità di carico. Inoltre si considerano diversi *tipi* di natanti: si intende per *tipo* di natante un ben determinato livello di carico, che può essere diverso anche per natanti della stessa classe. Ciò si rende necessario poiché le aste di navigazione hanno caratteristiche che limitano il possibile carico dei natanti, anche a parità di classe. Si ipotizza inizialmente che in condizioni ideali esista un numero sufficiente di natanti da saturare la capacità di trasporto del sistema idroviario. Nello scenario attuale questa ipotesi potrebbe non essere verificata, poiché la flotta disponibile per il trasporto è assai limitata.

**Velocità dei natanti.** Perché il modello sia generale si possono ipotizzare velocità diverse dei natanti di classi diverse e in aste diverse del sistema. Generalmente i natanti procedono ad una velocità costante di 10 chilometri orari. E' possibile tuttavia tener conto del verso della corrente, che rende asimmetrico il valore della velocità, in particolare nei tratti a corrente libera (idrovia naturale): ad esempio 12 chilometri orari in favore di corrente e 8 chilometri orari controcorrente.

**Distanza di sicurezza.** In mancanza di dati più precisi in merito, si ritiene ragionevole assumere che esista una distanza di sicurezza tra natanti, che dipende sia dalla loro classe (in particolare dalla classe del natante che segue piuttosto che di quello che precede) e dalla velocità relativa rispetto alla corrente. Si assume quindi che la distanza di sicurezza sia di 600 metri per natanti di classe IV che procedono a 10 chilometri orari (rispetto all'acqua) e di 1000 metri per natanti di classe V e VI alla stessa velocità. Si assume inoltre che

la distanza di sicurezza vari linearmente con la velocità dei natanti. Poiché lo studio considera il caso ideale, nel quale i natanti non si fermano in coda, nella determinazione della distanza di sicurezza si trascura la lunghezza dei natanti, considerandoli puntiformi. Ciò non costituisce un'ipotesi restrittiva, poiché è comunque possibile inserire la lunghezza dei natanti nel calcolo delle distanze di sicurezza, qualora sia necessario, modificando solo il valore numerico dei dati ma non il modello.

**Conche.** Si assume che i tempi di superamento di un dislivello (tempi di concata) siano noti e costanti; in particolare si assume il valore di 20 minuti per il riempimento e 20 minuti per lo svuotamento di ogni conca. In quasi tutte le conche nel caso in esame è possibile trasferire solo un natante ad ogni concata; esistono però due casi in cui è possibile trasferirne due o quattro simultaneamente; perciò il modello sviluppato prevede che per ogni conca si possa specificare il numero di natanti trasferibili con una concata.

**Strette.** In presenza di strette è necessario che i natanti procedano a senso alternato, poiché non è possibile incrociarsi. In tal caso, se due o più natanti arrivano simultaneamente dalle due direzioni opposte, la precedenza è data attualmente a chi viaggia verso valle ed il tempo di attesa del natante che viaggia verso monte è dell'ordine di 5-15 minuti. Nel caso ideale però non si hanno tempi di attesa né precedenze, poiché i natanti si assumono sincronizzati. Si considerano nel seguito strette di lunghezza trascurabile (ad es. ponti), dove il tempo che impiega ogni natante da quando impegna la stretta a quando la libera non dipende dalla direzione in cui è passato il natante precedente.

## 2.1 Conservazione del flusso

Nella rete di flusso in esame il flusso di natanti è eterogeneo, data la presenza di diversi tipi di natanti. Non tutte le aste delle idrovie (archi del grafo) possono portare tutti i tipi di natanti. Può accadere che in un nodo del grafo incidano archi che ammettono natanti di classe diversa o della stessa classe ma con un limite di carico diverso. Pertanto è necessario imporre non solo la conservazione del flusso complessivo di merce, ma la conservazione del flusso per ogni tipo di natante (diversamente sarebbe ammissibile, ad esempio, che in uno stesso nodo del grafo entrino 18 natanti da 1200 tonnellate ed escano 12 natanti da 1800 tonnellate per ogni unità di tempo). Definiamo quindi separatamente i flussi per i vari tipi di natante.

## 2.2 Flusso mono-direzionale omogeneo senza ostacoli

Consideriamo dapprima il caso più semplice, ossia il flusso mono-direzionale di natanti dello stesso tipo lungo un'asta idroviaria priva di conche e di strette.

Per indicare le grandezze di interesse usiamo la seguente notazione:

- $q$ : il livello di carico di ogni natante [ton];
- $\nu$ : il flusso di natanti, ossia la frequenza con cui i natanti attraversano ogni data sezione dell'asta idroviaria [1/h];
- $p$ : il flusso di merce lungo l'asta idroviaria [ton/h];
- $v$ : la velocità dei natanti rispetto a terra;
- $v^a$ : la velocità dei natanti rispetto all'acqua;
- $\bar{v}$ : la velocità della corrente;
- $\delta$ : il rapporto (costante) tra la distanza di sicurezza,  $d^{sic}$  [km] e la velocità rispetto all'acqua,  $v^a$  [km/h]; tale rapporto equivale alla durata dell'intervallo di tempo che intercorre tra i passaggi di due natanti consecutivi [h] che viaggiano alla distanza di sicurezza l'uno dall'altro.

I suffissi “+” e “-” indicano, ove necessario, le grandezze riferite rispettivamente al flusso verso monte e verso valle.

Tra le grandezze di interesse sussistono le seguenti relazioni:

- Relazioni tra le velocità per ogni natante [km/h]:

$$v^+ = v^a - \bar{v} \quad v^- = v^a + \bar{v};$$

- Relazione tra distanza di sicurezza e flusso [1/km] :

$$\frac{v}{\nu} \geq d^{sic} \quad d^{sic} = \delta v^a;$$

- Relazione tra il flusso di merce ed il flusso di natanti [ton/h]:

$$p = q\nu$$

In ciascuna direzione il flusso di natanti  $\nu$  è limitato dal vincolo

$$\nu \leq \delta \frac{v}{v^a}.$$

Si ricavano pertanto i limiti sui flussi di natanti

$$\nu^+ \leq \frac{v^+}{\delta v^a} \quad \nu^- \leq \frac{v^-}{\delta v^a}$$

e sui flussi di merce

$$p^+ \leq \frac{qv^+}{\delta v^a} \quad p^- \leq \frac{qv^-}{\delta v^a}.$$

### 2.3 Flusso mono-direzionale omogeneo con conche di sollevamento

Consideriamo ora il caso di flusso mono-direzionale omogeneo attraverso una conca di sollevamento.

Indichiamo con  $n^{conc}$  il numero di natanti che possono essere trasferiti simultaneamente ad ogni concata e con  $t^{conc}$  il tempo di concata [h], cioè il tempo necessario a riportare il sistema nello stesso stato al termine di un ciclo completo (riempimento e svuotamento). Poiché tale valore è fisso, la frequenza con cui i natanti possono superare il dislivello è limitata da

$$\nu^{conc} \leq \frac{n^{conc}}{t^{conc}}.$$

Il limite superiore al flusso di merce dovuto alla conca è dato da

$$q \nu^{conc} \leq \frac{q n^{conc}}{t^{conc}}.$$

E' opportuno notare che il numero di conche, la distanza tra di esse e lo sfasamento tra le operazioni di concata non influiscono sulla capacità dell'asta idroviaria, ma solo sul tempo di percorrenza. A regime infatti la frequenza di transito dei natanti è indipendente da queste grandezze. Infatti lo stesso valore di frequenza  $\nu$  si può ottenere per diversi valori di  $v$  e di distanza tra i natanti. Inoltre la presenza di conche non introduce asimmetrie tra i flussi verso monte e verso valle.

### 2.4 Flusso mono-direzionale eterogeneo senza ostacoli

Un altro caso di interesse è quello di flusso mono-direzionale senza ostacoli ma con natanti di diversi tipi  $k \in K$ . In tal caso, pur viaggiando tutti alla stessa velocità  $v^a$ , i natanti hanno diversi livelli di carico  $q^k$  e rispettano diverse distanze di sicurezza  $\delta^k v^a$ .

Per ogni unità di tempo, fluiscono attraverso ogni sezione dell'asta idroviaria  $\nu^k$  natanti di ogni tipo  $k$ . La loro colonna occupa complessivamente uno spazio pari a  $\sum_{k \in K} \nu^k \delta^k v^a$ . Tale lunghezza non può eccedere quella che ogni natante percorre nella stessa unità di tempo, ossia  $v$ .

Ricordando che  $v^+ = v^a - \bar{v}$  e  $v^- = v^a + \bar{v}$  si ricava

$$\sum_{k \in K} \nu^{k+} \delta^k v^a \leq v^a - \bar{v} \quad \sum_{k \in K} \nu^{k-} \delta^k v^a \leq v^a + \bar{v}.$$

Da questi limiti sui flussi di natanti si ricavano come sopra i limiti sui flussi di merce, ricordando che  $p = \sum_{k \in K} \nu^k q^k$  in ciascuna direzione.

## 2.5 Flusso mono-direzionale eterogeneo attraverso conche di sollevamento

Come nel caso omogeneo, la presenza di conche limita il valore della frequenza dei passaggi dei natanti. Sul totale dei natanti che attraversano la conca vale la relazione

$$\sum_{k \in K} \nu^k = \frac{n^{conc}}{t^{conc}}$$

dato che il tempo di concata è indipendente dal tipo dei natanti. Il vincolo è identico sia per il flusso verso monte che verso valle. Dai limiti sui flussi di natanti si ricavano i limiti sui flussi di merce, come sopra.

## 2.6 Flusso bi-direzionale (omogeneo o eterogeneo) senza ostacoli

In assenza di conche e di strettoie, i due flussi di natanti sono indipendenti e a ciascuno si possono applicare i risultati ottenuti in precedenza per i flussi mono-direzionali.

## 2.7 Flusso bi-direzionale (omogeneo o eterogeneo) attraverso conche di sollevamento

I tempi di concata in ogni direzione sono uguali sia che il flusso di mono-direzionale, sia che sia bi-direzionale. Pertanto anche in questo caso si possono applicare separatamente ai due flussi le relazioni ottenute in precedenza per il caso mono-direzionale.

## 2.8 Flusso bi-direzionale omogeneo attraverso strettoie

La presenza di strettoie introduce interdipendenza tra i flussi di natanti nelle due direzioni. Consideriamo dapprima il caso con natanti omogenei. Si noti che la presenza di strettoie si verifica in tratti a corrente libera, dove le velocità dei due flussi (rispetto a terra) sono diverse e quindi anche i tempi di attraversamento delle strettoie sono diversi nelle due direzioni.

Indichiamo con  $\tau^+$  e  $\tau^-$  il tempo di passaggio dalle strettoie dei natanti verso monte e verso valle [h], ossia il tempo che intercorre da quando un natante inizia ad impegnare la strettoia a quando un altro natante può fare altrettanto, in una qualsiasi delle due direzioni. Nel seguito si fa l'ipotesi che questi tempi non dipendano dal fatto che il natante successivo percorra la strettoia nello stesso senso o in senso opposto rispetto al natante precedente.

Indicando con  $\nu^+$  e  $\nu^-$  i flussi dei natanti nelle due direzioni si ha il vincolo

$$\nu^+ \tau^+ + \nu^- \tau^- \leq 1,$$

poiché  $\nu^+ \tau^+$  e  $\nu^- \tau^-$  rappresentano le frazioni di tempo richieste dal passaggio dei natanti in ciascuna direzione. In questa rappresentazione si trascura l'effetto

delle fermate e delle ripartenze dei natanti, il cui arrivo si ipotizza possa essere sincronizzato in anticipo, rallentando eventualmente i natanti in modo da evitare il formarsi di code.

Per quanto riguarda il flusso di merce esiste quindi un limite complessivo sulle due direzioni. Dalle relazioni

$$p^+ = q\nu^+ \quad p^- = q\nu^-$$

e dal vincolo ottenuto sopra, si ricava il vincolo

$$p^+\tau^+ + p^-\tau^- \leq q,$$

che lega le massime capacità di trasporto nelle due direzioni.

**Osservazione.** Se il grafo che rappresenta la rete idroviaria è aciclico, il bilanciamento dei flussi (omogenei) su un'asta con strettoie impone che le frequenze nelle due direzioni siano uguali. Imponendo quindi  $\nu^+ = \nu^-$  si ottiene

$$\nu \leq \frac{1}{\tau^+ + \tau^-}$$

che per quanto riguarda la capacità trasportabile in ciascuna direzione si traduce nel vincolo

$$p \leq \frac{q}{\tau^+ + \tau^-}.$$

Se invece il grafo non è aciclico il bilanciamento dei flussi non riguarda ogni singolo arco, ma ogni taglio del grafo: in altri termini è possibile compensare una maggior frequenza di natanti in una direzione su un arco con una maggior frequenza di natanti nella direzione opposta su un altro arco.

## 2.9 Flusso bi-direzionale eterogeneo attraverso strettoie

Nel caso di flotta eterogenea le stesse relazioni ricavate sopra si applicano alla frequenza di passaggio complessiva: basta cioè sostituire a  $\nu^+$  il valore complessivo  $\bar{\nu}^+ = \sum_{k \in K} \nu^{k+}$  e analogamente per  $\bar{\nu}^-$  nell'altra direzione. Infatti i tempi di attraversamento della strettoia non dipendono dalla classe del natante, poiché la velocità dei natanti non dipende dalla classe. Si ottiene pertanto

$$\sum_{k \in K} \nu^{k+} \tau^+ + \sum_{k \in K} \nu^{k-} \tau^- \leq 1,$$

ossia

$$\bar{\nu}^+ \tau^+ + \bar{\nu}^- \tau^- \leq 1$$

che esprime l'interdipendenza tra i massimi flussi di natanti possibili nelle due direzioni.



## 2.10 Capacità dei porti

Un ulteriore elemento importante per determinare la massima capacità del sistema idroviario è la capacità dei porti. Consideriamo ogni porto descritto dai seguenti dati:

- la sua posizione sulla rete di flusso;
- il numero di natanti  $\lambda$  che possono essere caricati o scaricati simultaneamente;
- la velocità  $\sigma$  di caricamento/scaricamento di ogni natante [ton/h].

Si assume che uno stesso natante non possa essere caricato e scaricato contemporaneamente. Sotto questa ipotesi la capacità di un porto è data da  $\lambda\sigma$  [ton/h]. Si rimarca che il vincolo di capacità ai porti è un vincolo sul flusso di merce, mentre i vincoli dovuti alle aste idroviarie si esprimono come vincoli sul flusso di natanti.

## 2.11 Modello matematico

Esaminati i diversi elementi della rete di flusso e le caratteristiche che ne determinano la capacità, è ora possibile formulare il problema di flusso.

**Dati.** I dati sono relativi ai porti, alle aste idroviarie e ai natanti.

I dati relativi ai porti sono i seguenti:

- un insieme  $N^-$  di nodi corrispondenti a porti a valle;
- un insieme  $N^+$  di nodi corrispondenti a porti a monte;
- una velocità di caricamento/scaricamento  $\sigma_i$  per ogni porto  $i \in N^+$  [ton/h];
- un numero di banchine  $\lambda_i$  su cui si possono eseguire in parallelo le operazioni nel porto  $i \in N^+$ .

I porti a mare sono considerati di capacità infinita.

I dati relativi al sistema idroviario descrivono un grafo pesato come segue. Sono dati:

- due nodi fittizi  $s$  e  $t$ , il primo collegato ai porti a mare e il secondo ai porti a monte;
- un insieme  $B$  di nodi corrispondenti a biforcazioni e congiunzioni delle aste idroviarie;
- un insieme  $A'$  di archi (orientati) corrispondenti ad ogni asta idroviaria ed ogni direzione:  $A' \subseteq N \times N$ , con  $N = N^+ \cup N^- \cup B$ ;

- un insieme  $A''$  di archi (orientati) corrispondenti ai collegamenti tra i porti e i nodi fittizi  $s$  e  $t$ :  $A'' = N^- \times \{s\} \cup \{s\} \times N^- \cup N^+ \times \{t\} \cup \{t\} \times N^+$ ;
- una massima capacità  $Q_{ij}^{max}$  ammessa per i natanti che navigano lungo ogni arco  $(i, j) \in A'$ ;
- un valore  $\bar{v}_{ij}$ , che indica la velocità della corrente [km/h] da  $i$  verso  $j$  per ogni  $(i, j) \in A'$  (negativa se  $i$  è a valle rispetto a  $j$ : deve sempre valere la relazione  $\bar{v}_{ij} + \bar{v}_{ji} = 0$ ).
- un valore  $t_{ij}^{conc}$ , che indica il tempo di concata [h] sull'arco  $(i, j) \in A'$ ;
- un valore  $n_{ij}^{conc}$ , che indica il numero di natanti trasferibili per ogni concata sull'arco  $(i, j) \in A'$ ;
- un tempo  $\tau_{ij}$  necessario per l'attraversamento di eventuali strettoie lungo ogni arco  $(i, j) \in A'$ ;

Nel seguito si indica con  $A$  l'insieme di tutti gli archi della rete di flusso, cioè  $A = A' \cup A''$ .

Infine i dati relativi ai natanti sono i seguenti:

- un insieme  $K$  di classi di natanti;
- una capacità  $q_k^{max}$  associata a ciascuna classe  $k \in K$  [ton];
- un insieme  $R$  di livelli di carico possibili; gli elementi di questo insieme sono dati dai valori  $q^{max}$  di capacità delle classi e dai valori  $Q^{max}$  di capacità delle aste idroviarie;
- i valori di carico  $q_r$  per ogni livello  $r \in R$  [ton];
- la velocità  $v^a$  dei natanti rispetto all'acqua [km/h] (indipendente dal tipo di natante);
- la distanza di sicurezza  $d_k^{sic}$  [km] richiesta per i natanti di classe  $k \in K$  alla velocità  $v_a$ ;

**Variabili.** Per distinguere i flussi di merce che viaggiano dai porti a valle verso i porti a monte da quelli che seguono il tragitto inverso, è opportuno usare variabili distinte. Tuttavia non è opportuno usare le variabili  $\nu^+$  e  $\nu^-$ , poiché esse si riferiscono alla navigazione contro corrente o in favore di corrente e non è garantito in generale che i due criteri coincidano: potrebbe darsi il caso che natanti diretti dai porti a mare verso i porti a monte trovino conveniente (o necessario) percorrere una o più aste dell'idrovia in favore di corrente, e viceversa. Ciò è reso possibile anche dal fatto che le aste hanno caratteristiche diverse ed il grafo non è aciclico e quindi il cammino tra ogni coppia origine/destinazione non è unico.

Di conseguenza si introducono le variabili, continue e non-negative,  $\nu_{ij}^{kr}$  e  $\phi_{ij}^{kr}$ , che rappresentano i flussi di natanti di ogni classe  $k \in K$  e livello di carico  $r \in R$  che percorrono ogni arco  $(i, j)$  diretti rispettivamente dal mare all'entroterra e dall'entroterra al mare. Tutti i flussi sono misurati in numero di natanti per unità di tempo [1/h].

**Vincoli.** Il problema ha diversi insiemi di vincoli.

- Vincoli di conservazione del flusso di natanti per ogni tipo  $(k, r)$  ad ogni nodo del grafo; essi impongono che la somma dei flussi entranti sia uguale alla somma dei flussi uscenti, sia per i flussi  $\nu$  che per i flussi  $\phi$ :

$$\sum_{i \in N} \nu_{ij}^{kr} = \sum_{i \in N} \nu_{ji}^{kr} \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \forall j \in N$$

$$\sum_{i \in N} \phi_{ij}^{kr} = \sum_{i \in N} \phi_{ji}^{kr} \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \forall j \in N$$

- Vincoli di conservazione del flusso di natanti per ogni classe nei nodi fittizi  $s$  e  $t$ ; essi consentono di usare natanti della stessa classe con livelli di riempimento diversi a seconda che il flusso sia in una direzione o nell'altra:

$$\sum_{r \in R} \nu_{it}^{kr} = \sum_{r \in R} \phi_{ti}^{kr} \quad \forall k \in K, \forall i \in N^+$$

$$\sum_{r \in R} \phi_{is}^{kr} = \sum_{r \in R} \nu_{si}^{kr} \quad \forall k \in K, \forall i \in N^-$$

- Vincoli che impediscono al flusso  $\nu$  di entrare in  $s$  e di uscire da  $t$  e al flusso  $\phi$  il viceversa.

$$\nu_{ti}^{kr} = 0 \quad \forall i \in N^+, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\nu_{is}^{kr} = 0 \quad \forall i \in N^-, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\phi_{it}^{kr} = 0 \quad \forall i \in N^+, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\phi_{si}^{kr} = 0 \quad \forall i \in N^-, \forall k \in K, \forall r \in R$$

- Vincoli sul massimo flusso eterogeneo di natanti su ogni asta idroviaria senza ostacoli:

$$\sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) d_k^{sic} \leq v^a + \bar{v}_{ij} \quad \forall (i, j) \in A'$$

- Vincoli sul massimo flusso eterogeneo di natanti su ogni asta idroviaria con conche di sollevamento:

$$\sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) \leq \frac{n_{ij}^{conc}}{t_{ij}^{conc}} \quad \forall (i, j) \in A'$$

- Vincoli sul massimo flusso eterogeneo e bi-direzionale di natanti su ogni asta idroviaria con strettoie:

$$\sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) \tau_{ij} + \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ji}^{kr} + \phi_{ji}^{kr}) \tau_{ji} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A'$$

- Vincoli sul carico dei natanti ammessi al transito su ogni asta idroviaria:

$$\nu_{ij}^{kr} (Q_{ij}^{max} - q_r) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A', \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\phi_{ij}^{kr} (Q_{ij}^{max} - q_r) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A', \forall k \in K, \forall r \in R$$

- Vincoli sul carico dei natanti consentito dalla loro classe:

$$\nu_{ij}^{kr} (q_k^{max} - q_r) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A', \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\phi_{ij}^{kr} (q_k^{max} - q_r) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A', \forall k \in K, \forall r \in R$$

- Vincoli sulle capacità dei porti:

$$\sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{it}^{kr} + \phi_{ti}^{kr}) q_r \leq \sigma_i \lambda_i \quad \forall i \in N^+$$

**Obiettivi.** Con il modello sopra descritto è possibile studiare diversi problemi di ottimizzazione relativi a diverse funzioni obiettivo di interesse: le tre più naturali sono la capacità della rete, la velocità del trasporto ed il costo.

Scopo di questo studio è di determinare la massima capacità (attuale e potenziale) del sistema idroviario del Nord Italia. L'obiettivo principale è quindi la massimizzazione del flusso complessivo di merce da tutti i porti a monte a tutti i porti a valle e viceversa; l'uno corrisponde al flusso di natanti  $\nu$  da  $s$  a  $t$  e l'altro al flusso di natanti  $\phi$  da  $t$  a  $s$ . I due flussi di natanti per ogni classe (non necessariamente per ogni tipo) devono essere uguali: ciò non implica necessariamente che lo siano anche i due flussi di merce, poiché in teoria ogni natante potrebbe ricevere carichi diversi quando viaggia da mare a monte e quando viaggia da monte a mare.

L'espressione della funzione obiettivo corrispondente alla capacità complessiva del sistema, che indichiamo con  $z$  è la seguente:

$$\text{maximize } z = \sum_{k \in K, r \in R} q_r \sum_{i \in N^+} \phi_{ti}^{kr} + \sum_{k \in K, r \in R} q_r \sum_{i \in N^-} \nu_{si}^{kr}.$$

**Il modello matematico.** Il modello matematico risultante è pertanto il seguente.

$$\begin{aligned}
\text{maximize } z &= \sum_{k \in K, r \in R} q_r \sum_{i \in N^+} \phi_{ti}^{kr} + \sum_{k \in K, r \in R} q_r \sum_{i \in N^-} \nu_{si}^{kr} \\
\text{subject to } & \sum_{i \in N} \nu_{ij}^{kr} = \sum_{i \in N} \nu_{ji}^{kr} && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall j \in N \\
& \sum_{i \in N} \phi_{ij}^{kr} = \sum_{i \in N} \phi_{ji}^{kr} && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall j \in N \\
& \sum_{r \in R} \nu_{it}^{kr} = \sum_{r \in R} \phi_{ti}^{kr} && \forall k \in K, \forall i \in N^+ \\
& \sum_{r \in R} \phi_{is}^{kr} = \sum_{r \in R} \nu_{si}^{kr} && \forall k \in K, \forall i \in N^- \\
& \nu_{ti}^{kr} = 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall i \in N^+ \\
& \nu_{is}^{kr} = 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall i \in N^- \\
& \phi_{it}^{kr} = 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall i \in N^+ \\
& \phi_{si}^{kr} = 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall i \in N^- \\
& \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) d_k^{sic} \leq v^a + \bar{v}_{ij} && \forall (i, j) \in A' \\
& \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) \leq \frac{n_{ij}^{conc}}{t_{ij}^{conc}} && \forall (i, j) \in A' \\
& \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ij}^{kr} + \phi_{ij}^{kr}) \tau_{ij} + \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{ji}^{kr} + \phi_{ji}^{kr}) \tau_{ji} \leq 1 && \forall (i, j) \in A' \\
& \nu_{ij}^{kr} (Q_{ij}^{max} - q_r) \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A' \\
& \phi_{ij}^{kr} (Q_{ij}^{max} - q_r) \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A' \\
& \nu_{ij}^{kr} (q_k^{max} - q_r) \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A' \\
& \phi_{ij}^{kr} (q_k^{max} - q_r) \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A' \\
& \sum_{k \in K, r \in R} (\nu_{it}^{kr} + \phi_{ti}^{kr}) q_r \leq \sigma_i \lambda_i && \forall i \in N^+ \\
& \nu_{ij}^{kr} \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A \\
& \phi_{ij}^{kr} \geq 0 && \forall k \in K, \forall r \in R, \forall (i, j) \in A.
\end{aligned}$$

Il modello è di **programmazione lineare** ed è facilmente risolvibile all'ottimo con i solutori esistenti. Date le ridotte dimensioni della particolare rete in esame, è possibile utilizzare anche solutori gratuiti. I risultati riportati nella prossima sezione sono stati ottenuti con il solutore GLPK, il linguaggio di modellizzazione MathProg e l'interfaccia GUSEK.

### 3 Costruzione e soluzione dell'esempio relativo all'idrovia del Nord Italia

A titolo di esempio si considera ora la rete di flusso ottenuta in base ai dati forniti da ALOT e rappresentata in Figura 1. Su ogni arco sono evidenziate

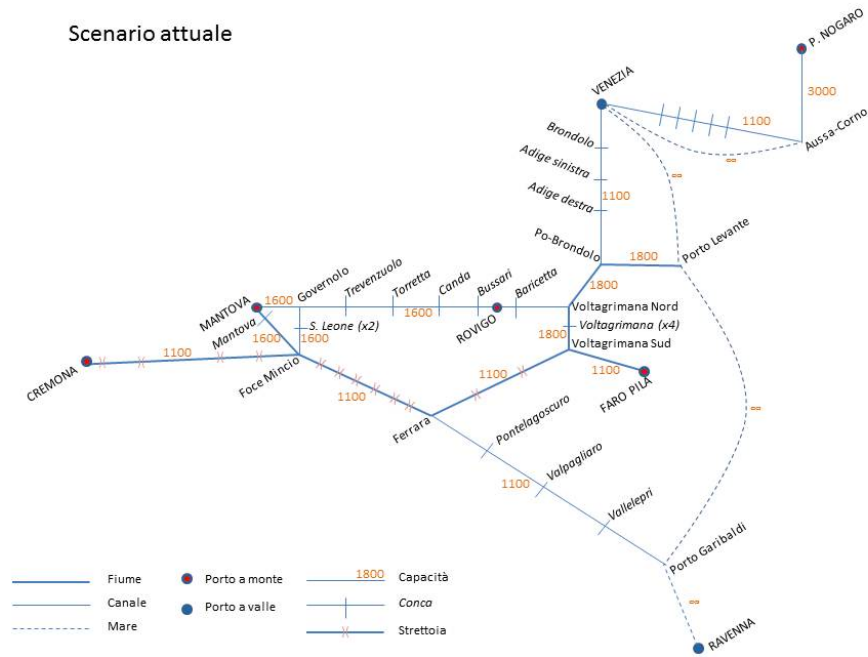


Figura 1: Schema della rete di flusso studiata.

le caratteristiche dell'idrovia corrispondente (conche, strettoie, massimo carico ammesso).

In allegato si forniscono i files con il modello scritto in linguaggio MathProg e le corrispondenti soluzioni ottime per i diversi scenari considerati. Qui di seguito si riportano le figure che illustrano le soluzioni ottime ottenute in diversi scenari.

**Navigabilità normale.** Lo scenario di base si riferisce alle condizioni di miglior navigabilità sia lungo il Po sia in mare. In questo scenario quindi non si considerano le strettoie, si considera una portata utile delle aste del Po fino a 1100 tonnellate e si considera il mare navigabile. I flussi di merce [ton/h]

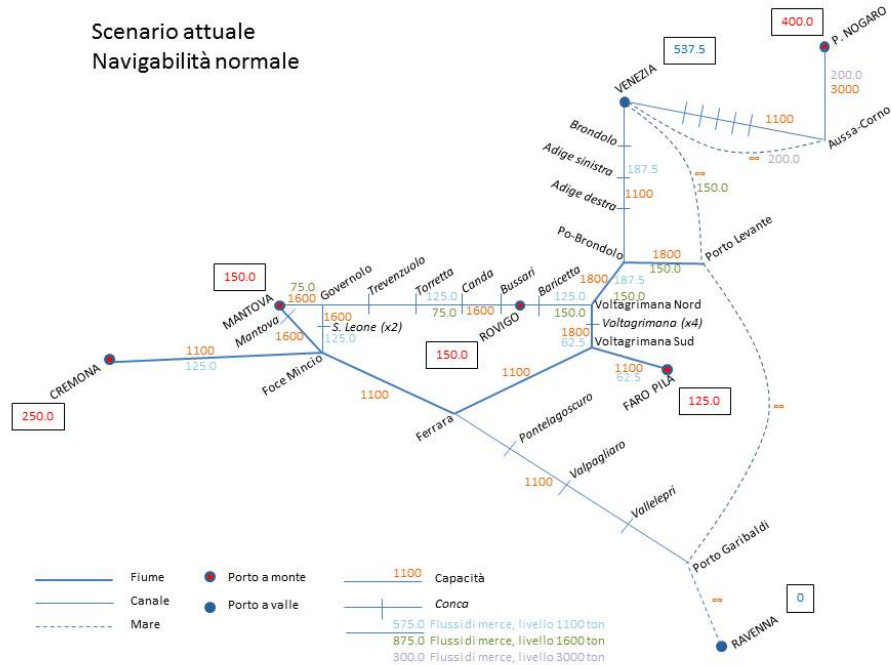


Figura 2: Soluzione ottima con navigabilità normale: flussi di merce (bi-direzionali).

rappresentati in figura si riferiscono ai tragitti dai porti dell'entroterra ai porti di mare e viceversa. Il collo di bottiglia è determinato dalle capacità dei porti, tutte sature. Per questo motivo, dato che l'obiettivo è la massimizzazione della capacità e non della velocità, esistono molte soluzioni equivalenti (cioè di massima capacità). È quindi significativo il valore ottimo, 1075 ton/h, ma non è significativa la soluzione ottima. Per avere anche una soluzione significativa (come quella illustrata in figura) oltre che un valore ottimo significativo è necessario risolvere un problema di massimo flusso a minimo costo, dopo aver attribuito un costo ad ogni arco. Ciò è stato fatto considerando in prima approssimazione la lunghezza di ogni asta idroviaria come indicatore del costo di percorrenza.

**Navigabilità ridotta.** In questo scenario si considera il Po con un livelli di acqua basso e quindi con la presenza di strettoie. Il livello di carico consentito è sempre 1100 tonnellate, come nello scenario di base. In questo scenario si satura

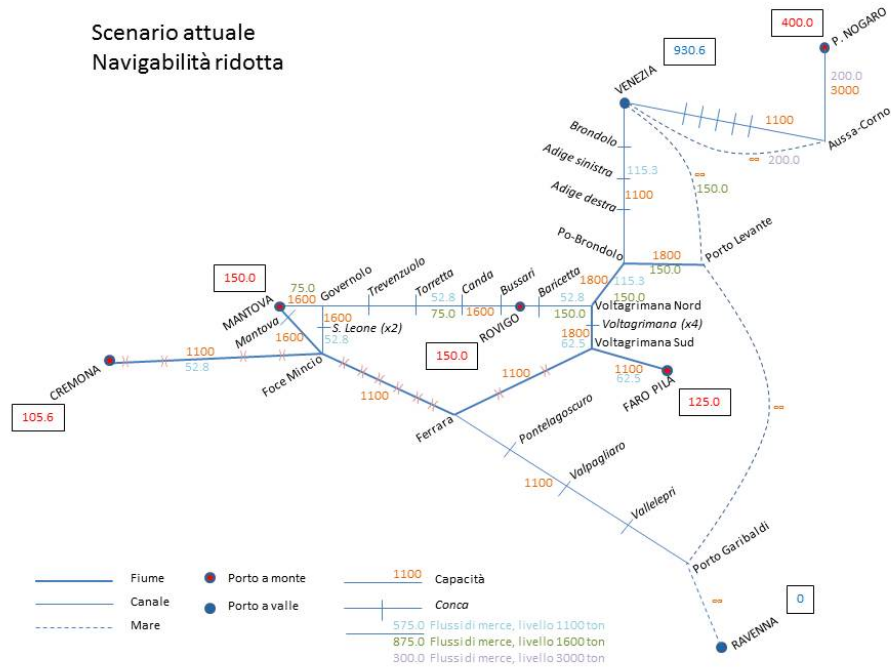


Figura 3: Soluzione ottima con navigabilità ridotta: flussi di merce (bi-direzionali).

l'arco della rete tra Cremona e Foce Mincio, anziché la capacità del porto di Cremona. A questa unica variazione è da imputare la differenza rispetto allo scenario precedente, poiché per tutti gli altri porti il flusso è lo stesso. Rispetto al caso precedente la capacità complessiva del sistema scende da 1075 ton/h a 930.6 ton/h.



**Po non navigabile.** In questo scenario si considera il periodo di piena durante il quale il Po non è navigabile. In questo scenario è la capacità massima dei porti

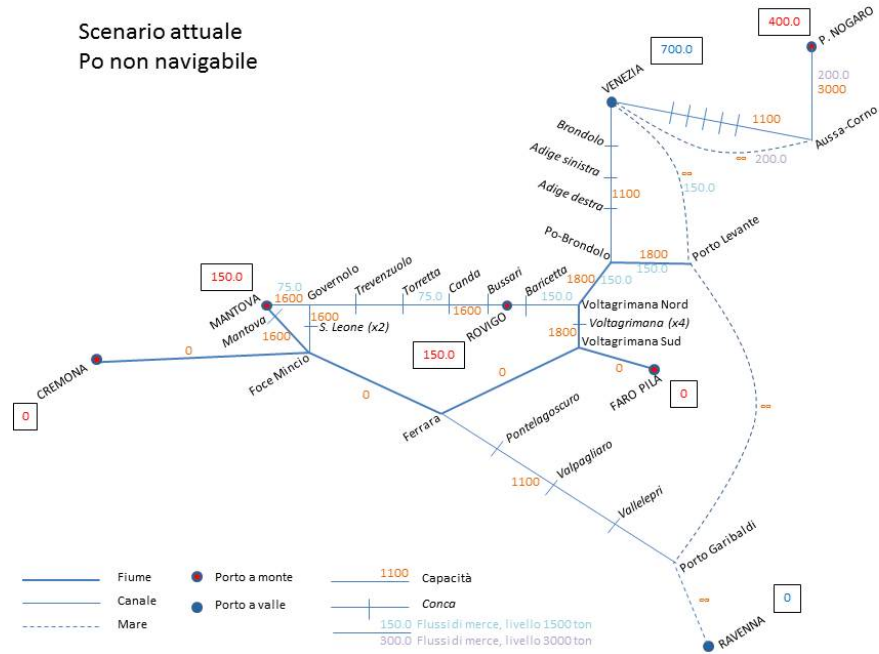


Figura 4: Soluzione ottima con il Po non navigabile: flussi di merce (bi-direzionali).

di Rovigo e di Mantova a saturarsi, mentre gli altri due porti dell'entroterra restano disconnessi dalla rete.

**Scenario con mare mosso.** In questo scenario si considera la condizione di mare mosso che impedisce la navigazione in Adriatico, mentre le condizioni di navigabilità del Po sono quelle del caso normale. Si ottiene in questo caso lo

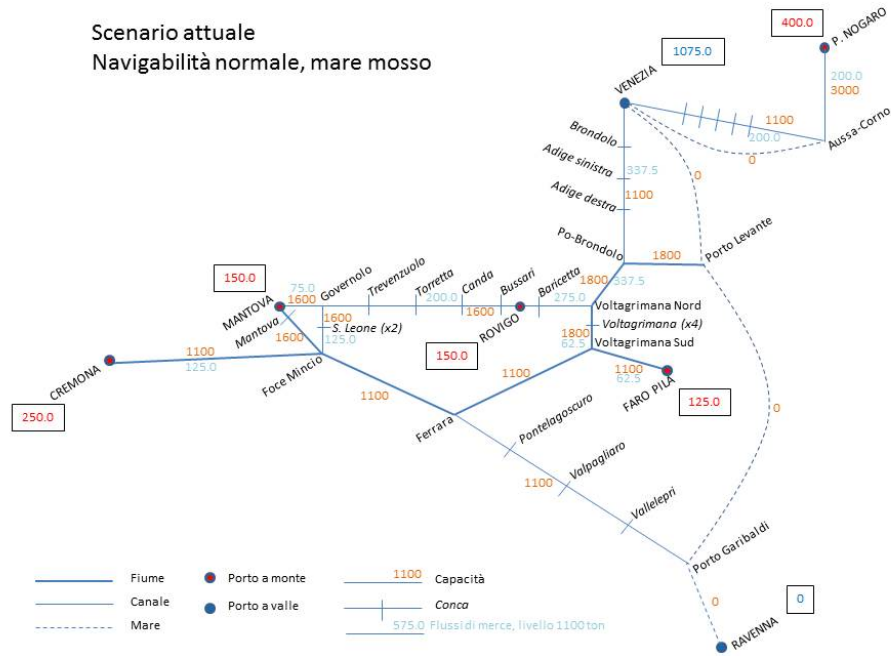


Figura 5: Soluzione ottima senza navigazione in Adriatico: flussi di merce (bi-direzionali).

stesso flusso del caso normale per quanto riguarda il numero di natanti/ora, e con la stessa capacità complessiva del sistema, pari a 1075 ton/h. L'unica differenza è che il trasporto avviene solo con natanti di IV classe a livello di carico di 1100 ton. Aumentano quindi i costi, ma non diminuisce la capacità della rete.

**Scenario con navigabilità ridotta e mare mosso.** In questo scenario si considerano sia la presenza di strettoie (basso livello del Po) sia il mare mosso. In questo scenario la capacità complessiva rimane pari a 930.6 ton/h come nel

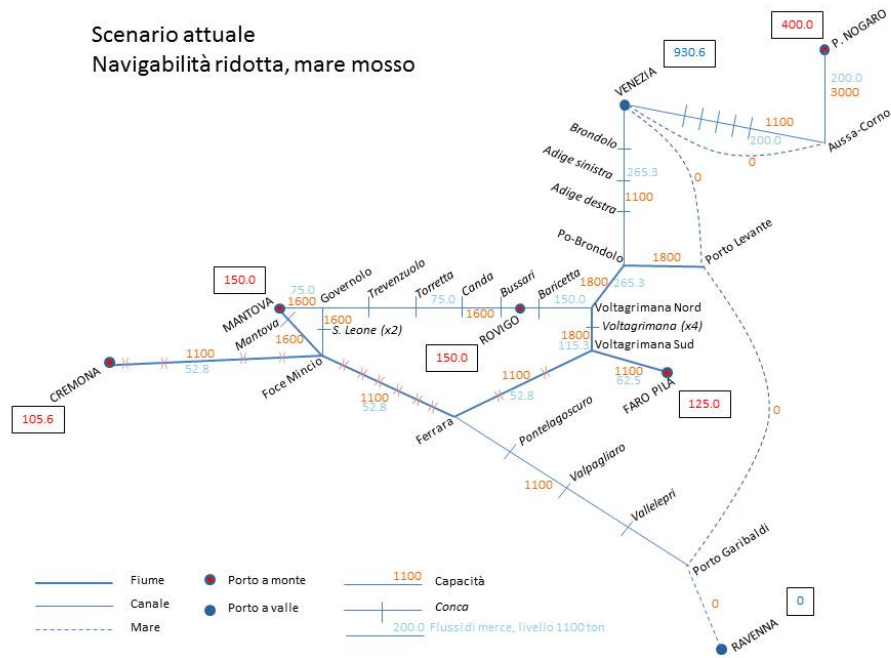


Figura 6: Soluzione ottima con navigabilità ridotta e senza navigazione in Adriatico: flussi di merce (bi-direzionali).

caso di mare navigabile anche se il trasporto avviene solo con natanti a livello 1100 ton. Il porto di Cremona non viene saturato perché le strettoie lungo il Po sono il collo di bottiglia.

**Scenario con il Po non navigabile e mare mosso.** In questo ultimo caso la capacità è la stessa del caso con Adriatico navigabile (700 ton/h). Tutto

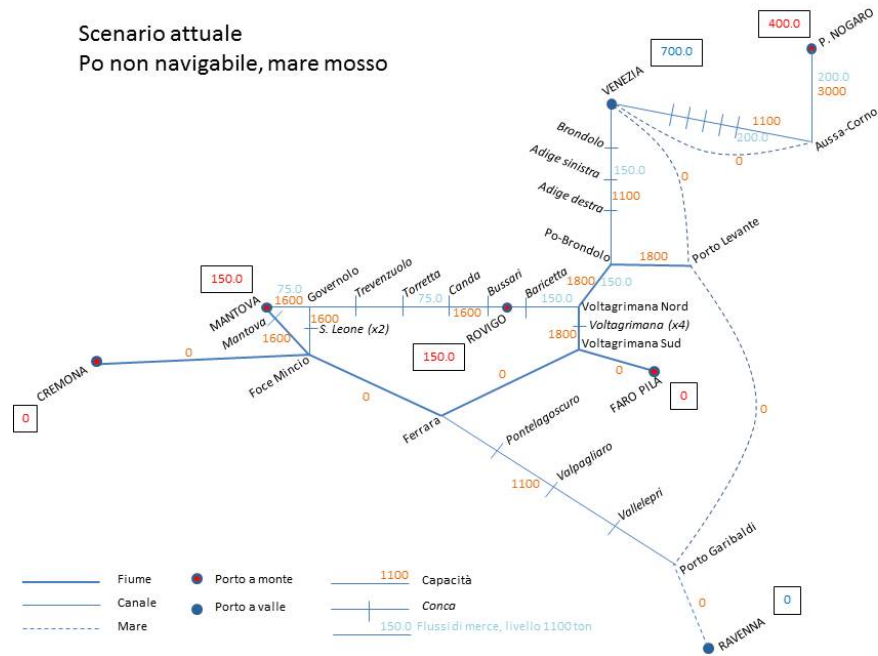


Figura 7: Soluzione ottima con il Po non navigabile e senza navigazione in Adriatico: flussi di merce (bi-direzionali).

il trasporto avviene con natanti a livello di carico 1100 ton. Vengono usati il canale Brondolo e il canale costiero verso Porto Nogaro anziché i corrispondenti tratti di mare.

**Combinazione dei diversi scenari.** I sei diversi scenari fin qui esaminati si verificano ciclicamente durante l'anno a causa dell'andamento stagionale del livello del Po (in modo prevedibile) e a causa delle condizioni meteorologiche in Adriatico (in modo non prevedibile).

In base alle osservazioni ricavate negli ultimi anni si ipotizza che il Po da Voltagrimana a Cremona

- sia navigabile senza restrizioni per 215 gg/anno (pari al 59% del tempo),
- sia navigabile con restrizioni nelle strettoie per 130 gg/anno (pari al 35,5% del tempo),
- non sia navigabile a causa della piena per 20 gg/anno (pari al 5,5% del tempo).

Analoghe ipotesi vanno fatte per la navigabilità del mare in Adriatico. Si ipotizza a titolo di esempio che la navigazione in mare non sia possibile per il 10% dei giorni dell'anno, indipendentemente dalle condizioni del Po. Tuttavia questa ipotesi non ha conseguenze significative poiché la capacità massima non dipende dalla navigabilità dell'Adriatico in nessuno dei casi considerati.

Si ricava quindi la tabella 1 dei pesi da attribuire a ciascuno scenario.

Pesi	Po navig.	Po navig. ridotta	Po non navig.
Mare navig.	53,1%	31,95%	4,95%
Mare non navig.	5,9%	3,55%	0,55%

Tabella 1: Pesi percentuali dei diversi scenari di navigabilità.

Avendo ricavato in precedenza i valori di capacità massima per ogni scenario riportati nella tabella 2, è possibile ricavare la portata media oraria del sistema idroviario, la quale risulta - con i numeri ipotizzati - pari a 1003,1 [ton/h].

Pesi	Po navig.	Po navig. ridotta	Po non navig.
Mare navig.	1075	930.6	700
Mare non navig.	1075	930.6	700

Tabella 2: Capacità del sistema attuale nei diversi scenari di navigabilità.

## 4 Robustezza della soluzione e studio di impatto di opere infrastrutturali

Uno dei grandi vantaggi di una formulazione matematica del problema consiste nella possibilità di eseguire analisi di sensitività, cioè di studiare come varia il valore ottimo del problema al variare dei dati.

Alcune indicazioni in questo senso si ottengono già dall'analisi della soluzione ottima nei diversi scenari, poiché vengono messi in evidenza i colli di bottiglia del sistema, ossia gli elementi dell'idrovia la cui capacità limitata è saturata e quindi determina la capacità del sistema complessivo.

Consideriamo ora uno scenario ipotetico, ottenuto con alcune variazioni ai dati del problema, relative sia alle capacità dei porti e delle aste dell'idrovia, sia alla realizzazione di infrastrutture ulteriori.

### 4.1 Capacità dei porti

Una possibile analisi di interesse è quella relativa alla capacità del sistema idroviario in assenza di vincoli di capacità sui singoli porti, dato che questi ultimi risultano chiaramente essere attualmente il collo di bottiglia del sistema.

Nel seguito si presentano i risultati ottenibili nell'ipotesi che la capacità di uno dei porti considerati diventi infinita; l'analisi viene ripetuta per ciascuno di essi. Si assume come riferimento lo scenario normale, cioè senza strettoie e con mare navigabile. Infine si presenta l'analisi dello scenario in cui a tutti i porti viene assegnata capacità infinita, in modo da valutare la massima portata capacità teoricamente consentita dalle sole infrastrutture idroviarie attuali.

#### Capacità infinita di un singolo porto.

- *Rovigo*: Il massimo flusso che può attraversare Rovigo è pari a 8096 ton/h (sommando i flussi nelle due direzioni); gli archi saturi sono quelli dell'idrovia ferrarese e del canale Governolo-Voltagrimana sia a monte che a valle di Rovigo a causa delle conche.
- *Mantova*: Il massimo flusso che può attraversare Mantova è pari a 17841 ton/h (sommando i flussi nelle due direzioni); gli archi saturi sono gli stessi del caso di Rovigo e anche il tratto di Mincio a causa della conca di Mantova.
- *Cremona*: Il massimo flusso che può attraversare Cremona è pari a 19459 ton/h (sommando i flussi nelle due direzioni); gli archi saturi sono: l'idrovia ferrarese, la conca di Voltagrimana e il tratto di canale tra Rovigo e Voltagrimana. Anche in questo caso sono le conche a limitare la capacità del sistema.
- *Porto Nogaro*: Il massimo flusso che può attraversare Porto Nogaro è pari a 60000 ton/h (sommando i flussi nelle due direzioni); l'arco saturo è quello del canale Aussa-Corno.

Non si considera significativo lo scenario in cui la zona industriale presso Faro Pila abbia capacità infinita poiché tale scenario non è realistico. Quanto ai porti sull'Adriatico, cioè Venezia e Ravenna, essi sono già considerati di capacità infinita nel modello fin qui studiato.

**Capacità infinita di tutti i porti.** Rilassando i vincoli di capacità su tutti e quattro i porti di Rovigo, Mantova, Cremona e Porto Nogaro, il valore ottimo della capacità sale a 81289,35 [ton/h] e gli archi saturi sono l'idrovia ferrarese, la conca di Voltagrimana, il canale Brondolo ed il tratto di canale tra Rovigo e Voltagrimana.

## 4.2 Modifica infrastrutturale del sistema

Tra le modifiche infrastrutturali consideriamo le seguenti:

- presenza di nuove idrovie: canale Cremona-Milano;
- presenza di nuovi porti: Ferrara, Boretto, Milano;
- migliorie alle capacità dei porti;
- migliorie alle capacità delle aste.

Ciascuna modifica può essere considerata separatamente dalle altre. Nel seguito si fa riferimento ad uno scenario ideale nel quale tutte le modifiche citate sono state realizzate. In particolare si considerano i seguenti dati:

- realizzazione di una nuova asta idroviaria da Cremona a Milano, caratterizzata dalla presenza di conche, senza corrente e senza strettoie, adatta al transito di natanti fino a 1800 tonnellate;
- adeguamento alla classe V delle idrovie artificiali, Mantova-Porto Levante, Canale Brondolo e Idrovia Ferrarese per consentire il transito di natanti fino a 1800 tonnellate (anziché 1600 o 1100 come nello scenario considerato fin qui);
- miglioramento della navigabilità lungo le aste del Po, con triplice conseguenza:
  - aumento dei giorni di navigabilità normale da 215 gg/anno a 320 gg/anno, con riduzione dei giorni di navigabilità ridotta da 130 gg/anno a 25 gg/anno, fermo restando il periodo di 20 gg/anno di non-navigabilità a causa della piena del fiume;
  - eliminazione delle strettoie nel periodo di navigabilità ridotta;
  - innalzamento da 1100 ton a 1800 ton del limite di carico ammesso durante il periodo di navigabilità normale;
- aumento della portata del canale Aussa-Corno per consentire il transito di natanti di capacità pari a 4000 tonnellate (anziché 3000);

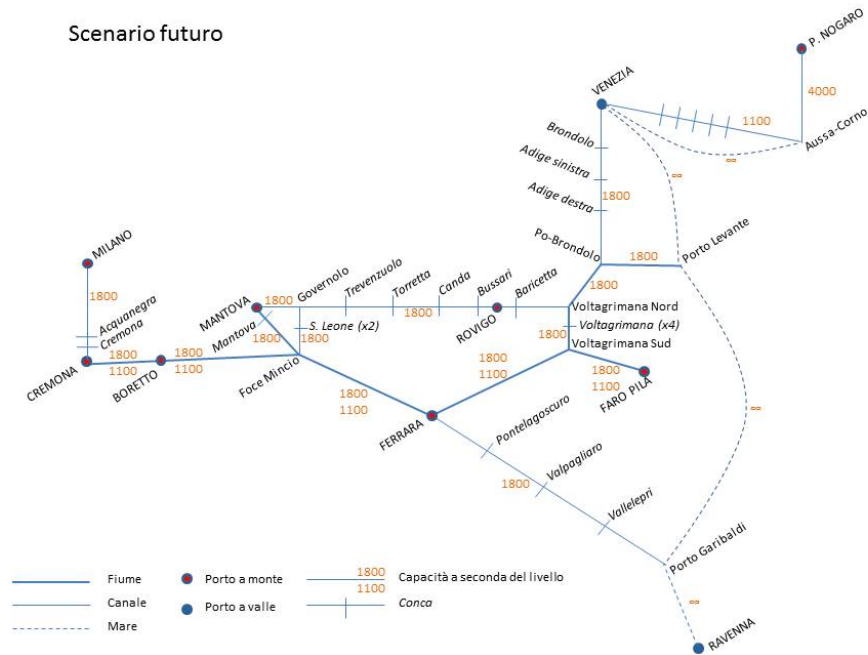


Figura 8: Schema della rete di flusso nello scenario futuro.

- possibilità di caricare/scaricare fino a 3 natanti simultaneamente anziché 2 a Porto Nogarò e a Cremona e 2 natanti anziché 1 a Mantova e Rovigo;
- inserimento del porto di Ferrara con le seguenti caratteristiche:
  - Numero di natanti caricabili/scaricabili in parallelo: 2;
  - Velocità di caricamento/scaricamento: 150 ton/h.
- inserimento del porto di Boretto con le seguenti caratteristiche:
  - Numero di natanti caricabili/scaricabili in parallelo: 1;
  - Velocità di caricamento/scaricamento: 125 ton/h.
- inserimento del porto di Milano (Truccazzano) con le seguenti caratteristiche:
  - Numero di natanti caricabili/scaricabili in parallelo: 3;
  - Velocità di caricamento/scaricamento: 125 ton/h.

Anche questo scenario viene studiato separatamente in sei casi, come quello attuale. La rete di flusso corrispondente è rappresentata in Figura 8.



**Scenario di base.** Come nel caso precedente, lo scenario di base si riferisce alle condizioni di miglior navigabilità sia lungo il Po sia in mare. I flussi di

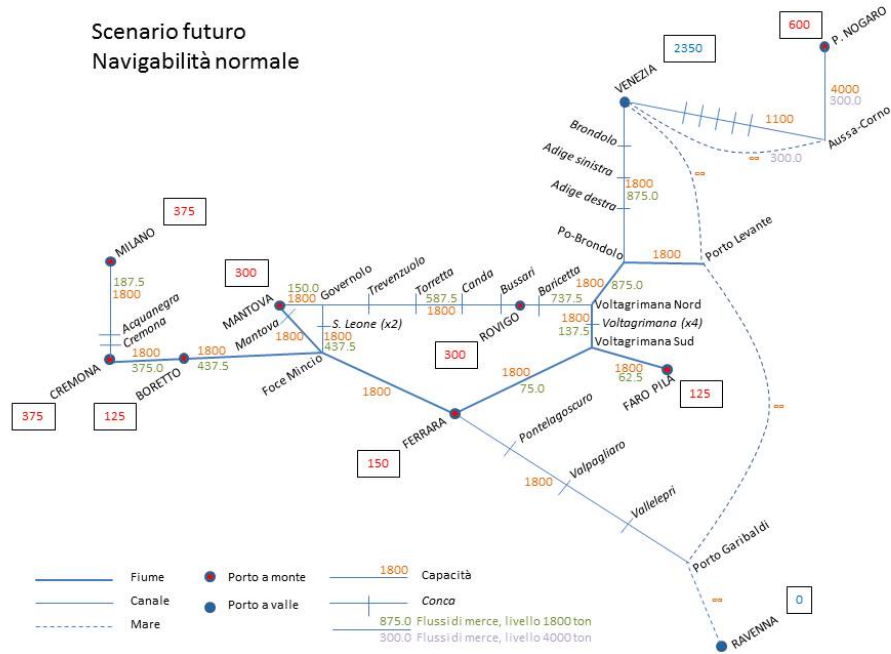


Figura 9: Soluzione ottima nello scenario normale: flussi di merce (bi-direzionali).

merce [ton/h] rappresentati nelle due figure si riferiscono ai tragitti dai porti dell'entroterra ai porti di mare e viceversa, calcolati con l'ottimizzazione di una funzione obiettivo secondaria che rappresenta la distanza totale percorsa dal flusso dei natanti. Il collo di bottiglia è determinato dalle capacità dei porti. Il valore ottimo è pari a 2350 ton/h e si ottiene con natanti ai livelli di carico 1800 ton (V o VI classe) e 4000 ton (VI classe).

**Scenario con navigabilità ridotta.** In questo scenario si considera il Po con un livelli di acqua basso, ma a differenza del caso attuale ciò non dà luogo alla presenza di strettoie. Il livello di carico consentito è in questo caso di sole 1100 tonnellate lungo l’asta del Po. Anche in questo caso i flussi di merce rappresentati in figura sono bi-direzionali. In questo scenario la soluzione ottima

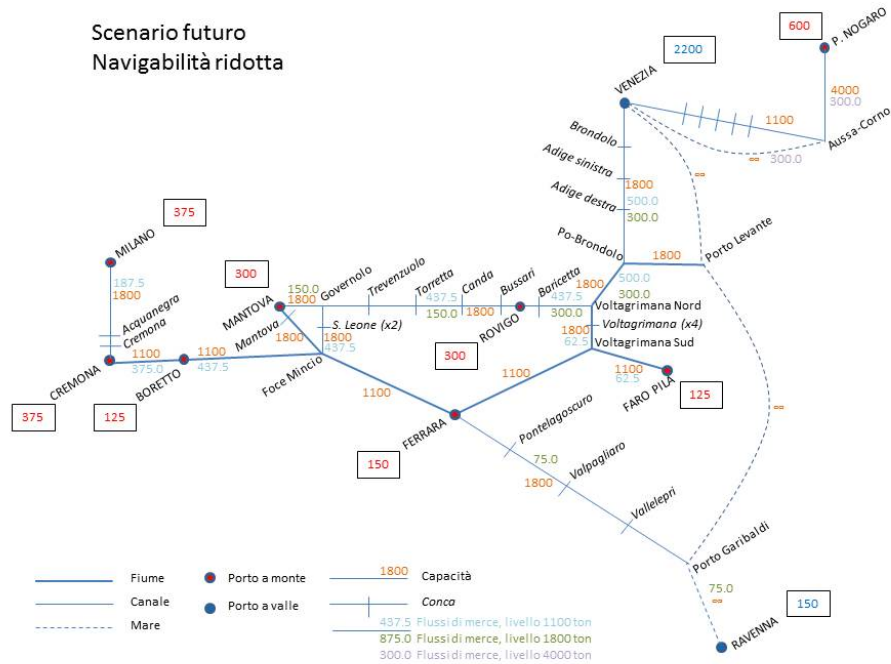


Figura 10: Soluzione ottima con navigabilità ridotta: flussi di merce (bi-direzionali).

prevede l’uso di natanti ai livelli di carico 1100 ton, 1800 ton e 4000 ton. Come nel caso precedente sono saturi tutti i porti a monte.

**Scenario con il Po non navigabile.** In questo scenario si considera il periodo di piena durante il quale il Po non è navigabile. In questo caso la capacità

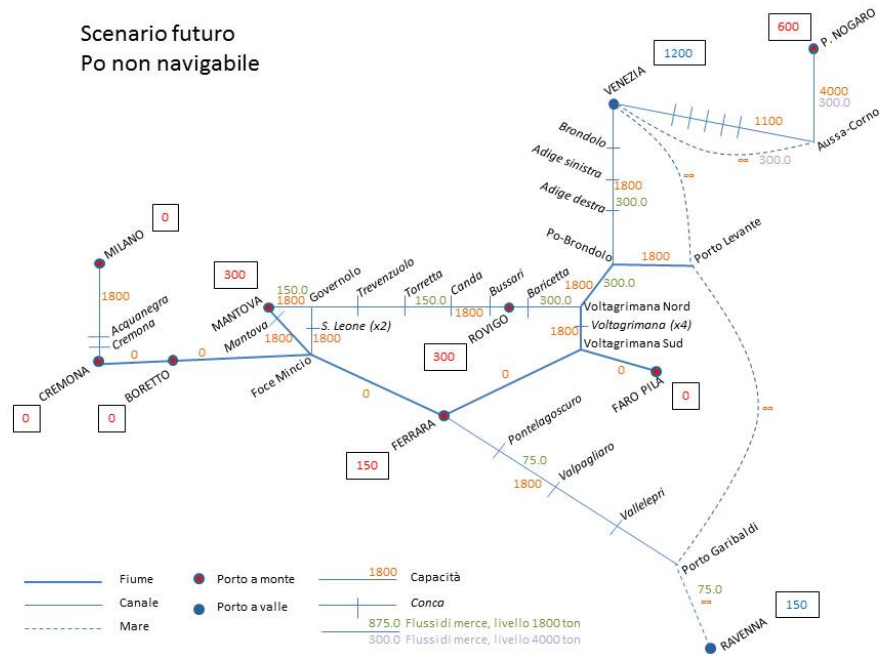


Figura 11: Soluzione ottima con il Po non navigabile: flussi di merce (bi-direzionali).

massima del sistema scende a 1350 ton/h. Si saturano comunque i porti di Rovigo, Mantova, Ferrara e Porto Nogaro, mentre gli altri restano disconnessi e non raggiungibili.

**Scenario con mare mosso.** In questo scenario si considera la condizione di mare mosso che impedisce la navigazione in Adriatico, mentre le condizioni di navigabilità del Po sono quelle dello scenario di base. Si ottiene in questo caso

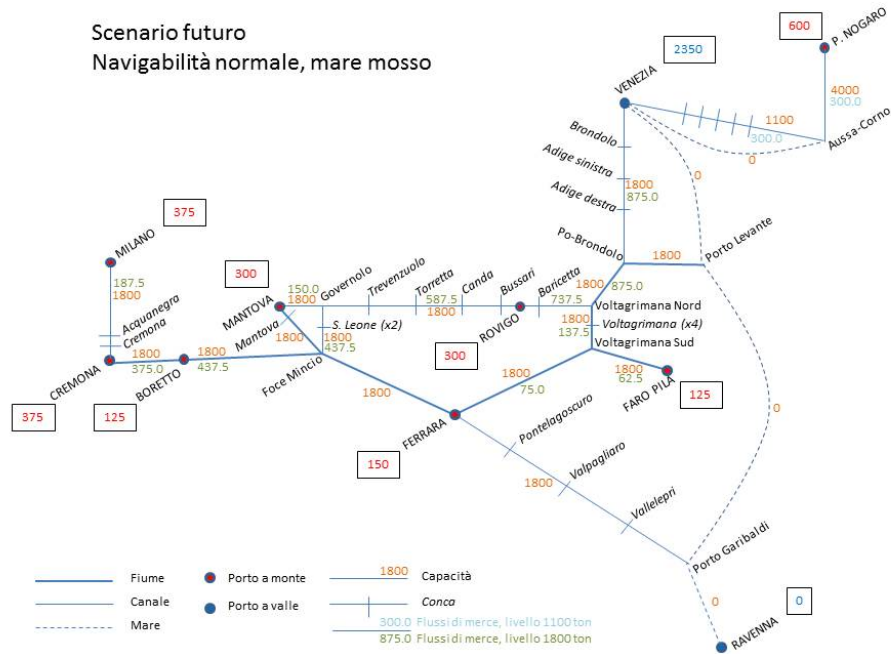


Figura 12: Soluzione ottima con il Po non navigabile: flussi di merce (bi-direzionali).

lo stesso flusso dello scenario di base con l'unica differenza che il trasporto da Venezia a Porto Nogaro avviene con natanti di livello di carico 1100 ton lungo il canale interno, anziché con natanti di livello di carico 4000 ton via mare. Ciò illustra bene il fatto che anche nello scenario futuro le condizioni di navigabilità del mare non incidono sulla capacità del sistema, quando il Po è navigabile normalmente.

**Scenario con navigabilità ridotta sul Po e mare mosso.** In questo scenario si considera sia la navigabilità ridotta sul Po sia la condizione di mare non navigabile. La capacità complessiva rimane pari a 2350 ton/h con l'unica

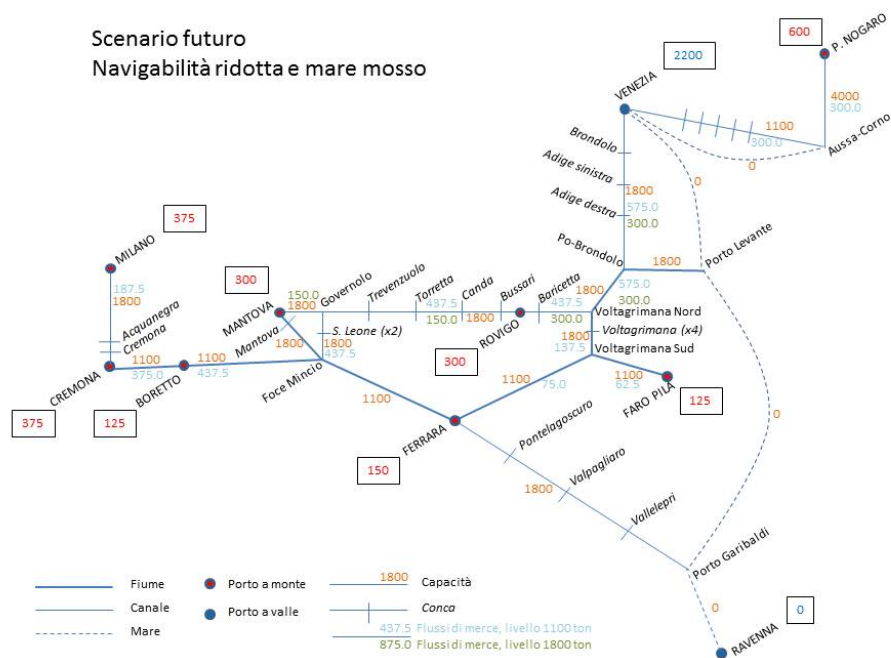


Figura 13: Soluzione ottima con navigabilità ridotta sul Po e mare mosso: flussi di merce (bi-direzionali).

differenza rispetto allo scenario con mare navigabile che il porto di Ravenna è ora disconnesso e tutto il flusso gravita su Venezia. Rispetto al caso con mare navigabile, il flusso che manca sull'idrovia ferrarese passa ora tramite il canale Brondolo, Voltagrimana e il Po fino a Ferrara. Si conferma quindi anche da questo confronto che la condizione di mare mosso aumenta i costi del trasporto ma non diminuisce la capacità del sistema.

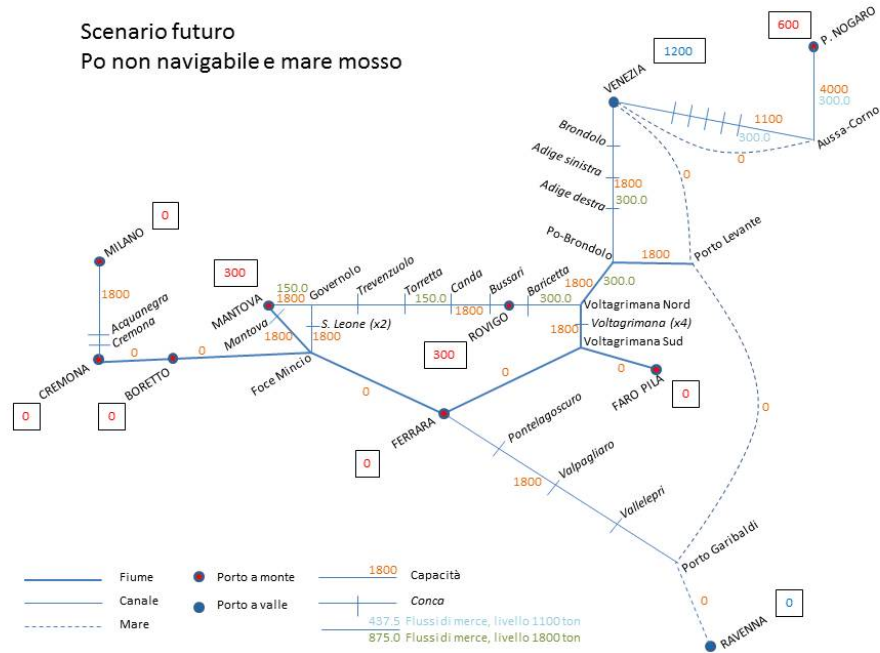


Figura 14: Soluzione ottima con il Po non navigabile e mare mosso: flussi di merce (bi-direzionali).

**Scenario con il Po non navigabile e mare mosso.** L'unica differenza dovuta al mare mosso è l'isolamento dei porti di Ravenna e di Ferrara che provoca una sparizione di 75 ton/h di flusso in ciascuna direzione lungo l'idrovia ferrarese. Gli altri flussi rimangono invariati. La capacità complessiva del sistema diminuisce a causa del mare mosso da 1350 ton/h a 1200 ton/h. La capacità dei porti di Rovigo, Mantova e Porto Nogaro risulta ancora saturata.

**Combinazione dei diversi scenari.** La combinazione dei sei scenari avviene con coefficienti più vantaggiosi di quelli considerati per lo scenario attuale. Infatti si ipotizza che sia più lungo il periodo in cui il Po è navigabile in condizioni ottimali e più corto quello di navigabilità ridotta, come riportato in tabella 3.

Pesi	Po navig.	Po navig. ridotta	Po non navig.
Mare navig.	78,9%	6,12%	4,95%
Mare non navig.	8,8%	0,68%	0,55%

Tabella 3: Pesi percentuali delle sei combinazioni di navigabilità nello scenario futuro.

Avendo ricavato in precedenza i valori di capacità massima per ogni scenario riportati nella tabella 4, è possibile ricavare la capacità media del sistema idroviario, la quale risulta - con i numeri ipotizzati - pari a 2294,175 [ton/h].

Pesi	Po navig.	Po navig. ridotta	Po non navig.
Mare navig.	2350	2350	1350
Mare non navig.	2350	2350	1200

Tabella 4: Capacità del sistema nei diversi casi di navigabilità (scenario futuro).

## 5 Possibili estensioni

Lo studio qui presentato prepara e rende possibili estensioni in diverse direzioni.

**Obiettivi.** Il modello a rete di flusso può essere utilizzato anche per ottimizzare funzioni obiettivo diverse dalla capacità del sistema o dei singoli porti, come ad esempio i tempi e i costi di trasporto, che sono due possibili indicatori del livello di servizio del sistema. Il modello di rete di flusso può quindi essere utilizzato per calcolare i flussi di massima capacità e minimo costo o anche per calcolare la massima velocità del tragitto tra i porti di mare e i porti dell'entroterra e viceversa. Anche relativamente alla massimizzazione della capacità il modello può essere utilizzato ad esempio per eseguire analisi di trade-off tra la massima capacità di trasporto raggiungibile verso valle e verso monte.

Per considerare funzioni obiettivo diverse come il tempo ed il costo del trasporto sono necessari solo alcuni dati ulteriori. Con funzioni obiettivo come il tempo ed il costo è anche necessario considerare la limitazione data dal numero di natanti disponibili per ogni classe. È inoltre necessario disporre di informazioni più accurate sulla dinamica dei passaggi attraverso le strettoie nelle due direzioni.

**Problemi di scheduling.** A differenza dello studio sulla capacità dell'infrastruttura, l'ottimizzazione dei tempi e dei costi di trasporto è un problema che si pone probabilmente più a livello tattico che strategico, e quindi richiede modelli e algoritmi dedicati [2].

Un altro problema di livello tattico collegato ad esso è l'ottimizzazione delle operazioni nei porti, dove l'uso di risorse scarse (gru, banchine, personale,...) deve essere ottimizzato per massimizzare il throughput di merce e minimizzare i costi delle operazioni svolte. Nell'ottimizzazione dei porti può rientrare anche il problema della definizione ottimale dei turni degli operatori, che si pone sia a livello tattico (pianificazione periodica dei turni) sia operativo (riplanificazione in tempo reale quando necessario per affrontare imprevisti).

**Sincronizzazione dei natanti.** A parità di capacità trasportata nel sistema, la velocità dei natanti e la loro distanza possono essere diverse. Una regolazione in tempo reale della velocità dei natanti nei diversi punti del sistema può essere molto importante per evitare la formazione di code presso i colli di bottiglia, come le conche di sollevamento, le strettoie e l'ingresso nei porti. Il River Information Service di prevista attivazione consentirà di avere dati disponibili in tempo reale sulla posizione di ogni natante lungo il sistema idroviario. Tali dati potranno essere quindi dati in ingresso ad opportuni algoritmi di ottimizzazione in tempo reale, che suggeriranno la velocità ottimale consigliata ad ogni natante.

Un possibile problema di ottimizzazione (di livello strategico) collegato a questo tema è quello di scegliere in modo ottimale la localizzazione degli elementi che consentono di rilevare in tempo reale la posizione dei natanti [1].



**Interfaccia grafica.** E' consigliabile lo sviluppo di un'interfaccia grafica che consenta anche ad utenti non-esperti di modelli matematici e solutori di effettuare facilmente analisi di scenario, scegliendo i dati, i vincoli da considerare e le funzioni obiettivo. Sarebbe opportuno che l'interfaccia consentisse anche di eseguire analisi a molti obiettivi, visualizzando le soluzioni Pareto-ottime ricavate dall'ottimizzazione della rete di flusso.

**Simulazione.** L'approccio fin qui seguito è basato sulla definizione di un modello matematico del problema di ottimizzazione, risolto poi con algoritmi di programmazione matematica. Questo metodo ha il vantaggio, tra l'altro, di formalizzare il problema e di garantire l'ottimalità delle soluzioni ricavate. Tuttavia esso funziona come se tutti i dati fossero noti con certezza. Se questo può essere vero per lo studio di scenari ideali o di valori medi, non tiene però conto dell'aleatorietà insita nel funzionamento del sistema reale: ad esempio la velocità delle operazioni di carico e scarico nei porti potrebbe non essere costante ma seguire una data distribuzione di probabilità, così come potrebbero non essere costanti i tempi di navigazione lungo i tratti di mare o altri fattori ancora. Per tener conto del non-determinismo è opportuno sviluppare un simulatore ad eventi discreti o ad agenti del sistema idroviario, che può anche servire per validare i risultati ottenuti tramite la programmazione matematica. A questo scopo è possibile sfruttare la grande potenza e facilità d'uso di sistemi software per lo sviluppo di modelli di simulazione.

## Riferimenti bibliografici

- [1] A. Agnetis, E. Grande, P. B. Mirchandani, A. Pacifici, *Covering a line segment with variable radius discs*, Computers and Operations Research 36 (2009) 1423-1436
- [2] E. Guenther, M.E. Luebbecke, R.H. Moehring, Ship traffic optimization for the Kiel canal, Odysseus, Izmir, 2009